

# KAPACITET KANALA PSK SISTEMA SA DVOSTRUKIM ODMERAVANJEM

Vladimir Mladenović<sup>1</sup>, Mile Petrović<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Elektrotehnička škola Paraćin, Branka Krsmanovića bb, 35250 Paraćin, Srbija i Crna Gora,  
vlada\_m@yubc.net

<sup>2</sup>Univerzitet u Prištini, Fakultet tehničkih nauka K. Mitrovica, Knjaza Miloša 7, 38220 Kos. Mitrovica,  
Srbija i Crna Gora, milep1@ptt.yu

## I. UVOD

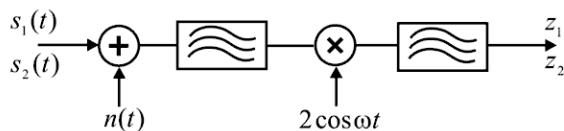
Performanse PSK komunikacionog sistema u prisustvu šuma, kokanalne i intersimbolne interference kao i nesavršene ekstrakcije nosioca analizirane su u mnogim radovima [2]. Pored verovatnoće greške, jedan od značajnih detalja koji daje još realniju karakteristiku pri projektovanju komunikacionih sistema je kapacitet kanala.

Informacija se u PSK telekomunikacionom sistemu prenosi preko binarnih stanja tako da je svako stanje definisano preko vrednosti faze tako što je faza nula ako se prenosi binarna jedinica, i faza je  $\pi$  ako se prenosi binarna nula. PSK sistem se sastoji od ulaznog uskopojasnog filtra i fazne petlje gde se pretpostavlja da je nosilac idealan. Model PSK komunikacionog sistema prikazan je na slici 1.

Funkcija gustine raspodele (pdf – *probability density function*) zavisi od amplitudne, faze i frekvencije, ali u ovom trenutku mi posmatramo samo uticaj amplitudne na verovatnoću greške i kapacitet kanala. Prag odlučivanja dobijen je iz odnosa verodostojnosti. Signal se procenjuje u dva trenutka na izlazu prijemnika i to u dizajniranju predstavlja glavnu razliku sa sistemom sa jednim odmeravanjem.

## II. ANALIZA SISTEMA

Model PSK komunikacionog sistema prikazan je na slici 1.



Slika 1. Model PSK prijemnika

PSK sistem modelovan je na sledeći način:

$$s_1 = A \cos \omega t + n(t) \quad (1)$$

$$s_2 = A \cos(\omega t + \pi) + n(t) \quad (2)$$

Gde su  $s_1$  i  $s_2$  ulazni signali na prijemniku,  $n(t)$  je aditivni beli Gausov šum (additive white Gaussian noise – AWGN) sa varijansom  $\sigma^2$ , and  $A$  je amplitudu signala koji se prenosi.

Pdf je

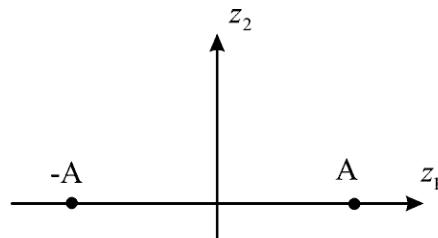
$$p_0(z) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-A)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

kad se prenosi binarna jedinica, i

$$p_1(z) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z+A)^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

kad se prenosi binarna nula.

Na slici 2. prikazani su položaji binarnih stanja i oblasti detekcije što predstavlja sistem sa jednim odmeravanjem.



Slika 2. Položaji binarnih stanja i oblasti detekcije binarne nule i jedinice za sistem sa jednim odmeravanjem

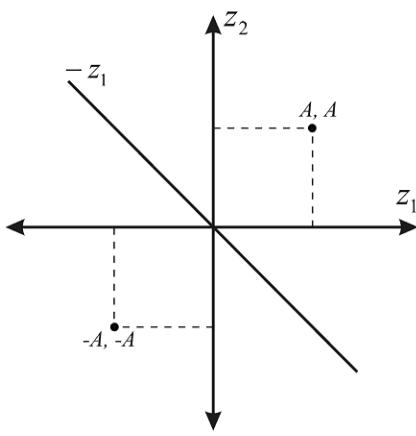
Pdf za sistem sa dvostrukim odmeravanjem je u obliku:

$$p_0(z_1, z_2 / A) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(z_1 - A)^2 + (z_2 - A)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (5)$$

kad se prenosi binarna jedinica, i

$$p_1(z_1, z_2 / A) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(z_1 + A)^2 + (z_2 + A)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (6)$$

kad se prenosi binarna nula, gde su  $z_1$  i  $z_2$  envelope  $z_1 = x_1 + A$  i  $z_2 = x_2 + A$ , gde  $x_1$  odgovara proceni u trenutku  $t_1$ , i  $x_2$  odgovara proceni signala u trenutku  $t_2$ .



Slika 3. Položaj binarnih stanja i oblasti detekcije binarne nule i binarne jedinice za sistem sa dvostrukim odmeravanjem

Lako je primetiti da je anvelopa  $z_2$  u oblasti detekcije između  $(-\infty, \infty)$ , i anvelopa  $z_1$  je u oblasti detekcije između  $(-z_2, \infty)$  kad je potrebno detektovati binarnu jedinicu, i  $z_1$  je u oblasti detekcije između  $(-\infty, -z_2)$  kada se detektuje binarna nula. Na slici 3. prikazani su položaji binarnih stanja i oblasti detekcija binarne jedinice i binarne nule za PSK sistema sa dvostrukom procenom.

U teoriji informacija kapacitet kanala opisan je u opštem obliku na sledeći način [1]:

$$C = \max_{P(x_i)} \sum_{i=0}^{q-1} \int_{-\infty}^{\infty} p(y/x_i) \cdot P(x_i) \log_2 \frac{p(y/x_i)}{p(y)} dy \quad (7)$$

gde je:

$$p(y) = \sum_{k=0}^{q-1} p(y/x_k) \cdot P(x_k) \quad (8)$$

### III. REZULTATI

Kod PSK sistema sa jednim odmeravanjem, u trenutku kad je procena izvršena, verovatnoća greške je:

$$P_b(\gamma) = \int_{-\infty}^0 p_0(z_1) dz_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\gamma}) \right] \quad (9)$$

gde je  $\gamma = \frac{A^2}{2\sigma^2}$  odnos signal/šum, and  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  je funkcija greške.

Kada se radi o sistemu sa dvostrukim odmeravanjem, iz odnosa verodostojnosti za PSK sistem

$$\lambda(z_1, z_2) = \frac{p_0(z_1, z_2)}{p_1(z_1, z_2)} \begin{cases} > 1 & H_0 \\ < 1 & H_1 \end{cases} \quad (10)$$

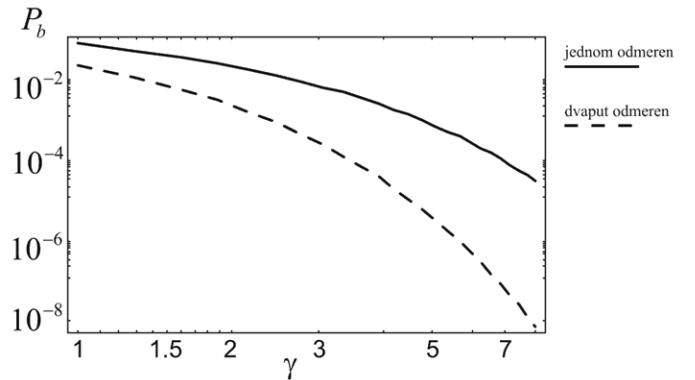
dobijaju se granice detekcije:

$$\begin{aligned} H_0 &< z_1 & & & & \\ z_1 &> -z_2 & & & & \\ H_1 & & & & & \end{aligned} \quad (11)$$

tako da je verovatnoća greške

$$P_b = \int_{-\infty}^{\infty} dz_2 \int_{-z_2}^{\infty} p_0(z_1, z_2) dz_2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{2\gamma}) \right] \quad (12)$$

Slika 4. prikazuje karakteristike verovatnoće greške PSK sistema sa dvostrukim odmeravanjem.



Slika 4. Verovatnoća greške za PSK sistema

Iz jednačine (7), kapacitet kanala PSK sistema sa jednim odmeravanjem može da se predstavi aproksimativno razvijanje funkcije kapaciteta kanala u red:

$$C' = 1 - \frac{1}{\ln 2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} e^{4n(n+1)\gamma} \quad (13)$$

Slično, kapacitet kanala PSK sistema sa dvostrukim odmeravanjem je:

$$\begin{aligned} C'' = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz_2 \int_{-\infty}^0 p_0(z_1, z_2/A) \cdot P(A) \log_2 \frac{p_0(z_1, z_2/A)}{p(y)} dz_1 + \\ & + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz_2 \int_0^{\infty} p_1(z_1, z_2/A) \cdot P(A) \log_2 \frac{p_1(z_1, z_2/A)}{p(y)} dz_1 \end{aligned} \quad (14)$$

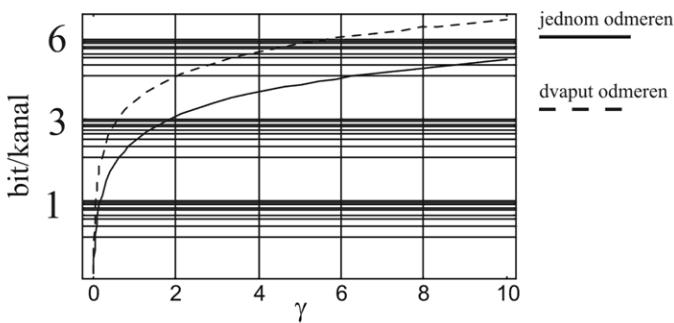
gde je

$$p(y) = \frac{1}{2} (p_0(z_1, z_2/A) + p_1(z_1, z_2/A)) \quad (15)$$

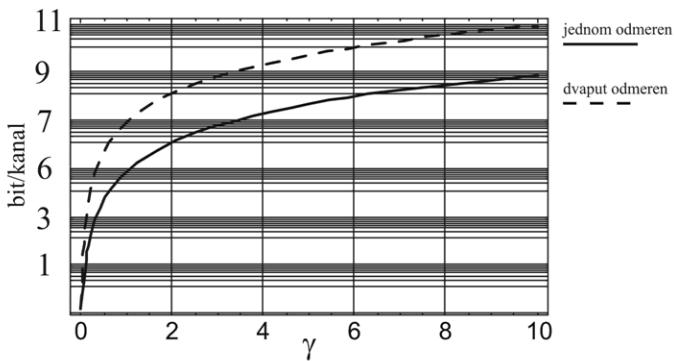
i

$$C'' = 1 - \frac{1}{\ln 2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} e^{8(n+1)(n+2)\gamma} \quad (16)$$

Na slikama 5. i 6. prikazane su karakteristike kapaciteta kanala PSK sistema u jednom i u dvostukom odmeravanju za  $n=2$  and  $n=4$ , respektivno, gde je  $n$  broj članova u razvijenom redu. Broj članova direktno utiče na odnos bit/kanal, i povećanjem broja članova povećava se i kapacitet kanala.



Slika 5. Kapacitet kanala za  $n=2$



Slika 5. Kapacitet kanala za  $n=4$

Karakteristike nam pokazuju da je kapacitet kanala sistema sa dvostrukim odmeravanjem veći u odnosu na kapacitet sa jednim odmeravanjem.

Ovi rezultati mogu biti primenjeni u dizajniranju optičkih sistema.

#### IV. CONCLUSION

U ovom radu analizirane su performance PSK komunikacionog sistema sa dvostrukim odmeravanjem u Gausovom kanalu. Dati su dobijeni izrazi za verovatnoću greške i kapacitet kanala, i dobijeni rezultati upoređeni sa sistemom PSK komunikacionim sistemom sa jednim odmeravanjem.

Pošto funkcija gustine verovatnoće zavisi od amplitude, faze i frekvencije poslatog signala, logično je da u većini slučajeva i verovatnoća greške zavisi od istih. Međutim, u ovom trenutku posmatrane su uticaji amplitude na verovatnoću greške i kapacitet kanala. Dati su izrazi za pomenute parametre i upoređeni su sa parametrima u PSK komunikacionom sistemu sa jednim odmeravanjem. Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slikama 4, 5 i 6, kapacitet kanala u PSK sistemu sa dvostrukim odmeravanjem veći od kapaciteta kanala sistema sa jednim odmeravanjem.

#### References:

- [1] Proakis, J., *Digital communication*, McGraw-Hill, Inc., USA, 1992.
- [2] Biglieri E., *Principles of digital communications*
- [3] Žigić A., Narandžić M., *Pregled i primena mimo sistema*, XII TELFOR 2004, Beograd
- [4] Pauluzzi R., Beaulieu N. C., *A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel*, IEEE Trans. Commun., vol. 48, No. 10. October 2000., pp. 1681-1691

**Abstract:** In this paper the performances of PSK (phase shift-key) communication system in two time moments in Gaussian channel are determined. We give expressions for the error probability and capacity channel, and it is compared to PSK communication system in one time moment.

#### THE CHANNEL CAPACITY OF PSK SYSTEM WITH TWO SAMPLES PER BIT, M.Sc.

Vladimir Mladenović, PhD Mile Petrović,